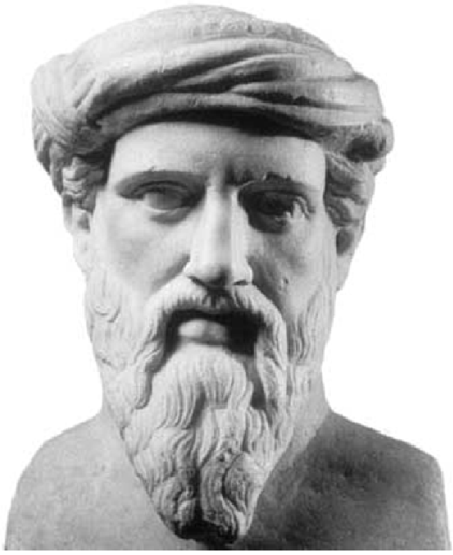
Zespół Szkół Ogólnokształcących
w Kamiennej Górze

Filo— Math

Gazetka koła matematycznego

październik 2013 nr 1(1)/2013

Co w numerze:



Przegląd matematyków.

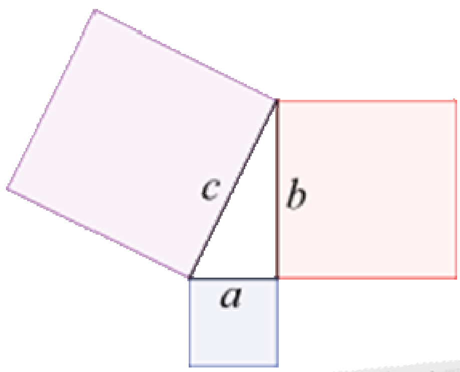
Pitagoras

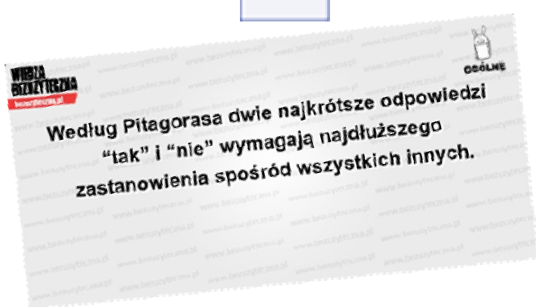
Pitagoras (ur. ok. 572 p.n.e. zm. ok. 497 p.n.e.) grecki matematyk, filozof, mistyk kojarzony ze słynnym twierdzeniem matematycznym nazwanym jego imieniem.

Twierdzenie Pitagorasa

To nie Pitagoras wymyślił twierdzenie Pitagorasa. Przed Pita-

(Ciąg dalszy na stronie 2)





(Ciąg dalszy ze strony 1)
gorasem znano to twierdzenie w Egipcie, Chinach, Indiach i Babilonii gdzie służyło do wyznaczania kątów prostych. W dowolnym trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej tego trójkąta. Zgodnie z oznaczeniami na rysunku obok zachodzi tożsamość

$$a^2+b^2=c^2$$

Geometrycznie oznacza to, że jeżeli na bokach trójkąta prostokątnego zbudujemy kwadraty, to suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych tego trójkąta będzie równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej. W sytuacji na rysunku obok: suma pól kwadratów "czerwonego" i "niebieskiego" jest równa polu kwadratu "fioletowego".

Agnieszka Bieniek, Michalina Antoniewska

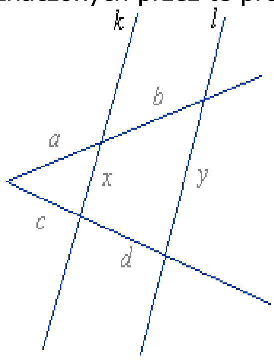
Tales

Tales z Miletu (ur. ok. 624–625 p.n.e. zm. ok. 545–547 p.n.e.) powszechnie uznawany za pierwszego filozofa cywilizacji zachodniej oraz za inicjatora badań nad przyrodą, jako nauki.

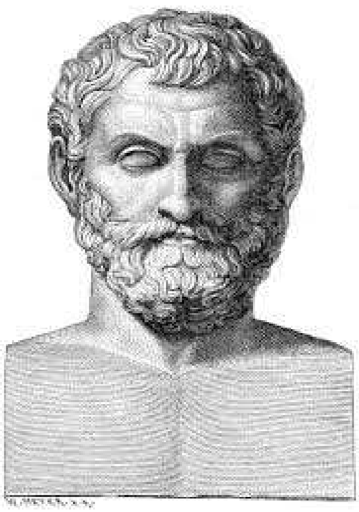
Twierdzenie Talesa

Jeżeli ramiona kąta przetniemy dwiema prostymi równoległymi, to długości odcinków wyznaczone przez te proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do długości odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu kąta.

$$\text{Jeżeli } k \parallel l \text{ to: } \frac{a}{c}=\frac{b}{d}, \frac{a}{c}=\frac{a+b}{c+d}, \frac{a}{x}=\frac{a+b}{y}$$



Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa



Jeśli odcinki wyznaczone przez dwie proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu kąta, to proste te są równoległe.

Ciekawostki

Według Platona Tales, obserwując gwiazdy, wpadł w ciemności do studni. Wtedy piękna niewolnica rzekła żartem, że chciał zobaczyć, co się dzieje na niebie, a nie dostrzegł tego, co znajduje się pod jego nogami.
Tales nie miał własnych dzieci, ale adoptował i wychowywał syna swojej siostry.
Tales był miłośnikiem sportu. W młodości niejeden raz zdobywał olimpijskie laury.
Podobno umarł na stadionie w Milecie na skutek udaru słonecznego, oklaskując walczących o zwycięstwo olimpijczyków.

Aforyzmy:

- Początkiem wszechrzeczy jest woda.
- Człowieka ocenia się wedle pieniędzy: nikt, kto biedny, nie cieszy się szacunkiem.
- Noc jest przedsionkiem dnia.
- Największą mądrością jest czas, wszystko ujawni.
- Jak ty rodzicom, tak dzieci tobie.

Agnieszka Bieniek, Michalina Antoniewska

Matematyka w innych dziedzinach.

Matematyka dla humanistów???

Liczby Szymborskiej i liczby zespolone

Większość z was pewnie wie czym są liczby naturalne, jednak mało kto słyszał o liczbach Szymborskiej. W jednym z wierszy z tomu "Wielka liczba" zasugerowała ona, że w rozwinięciu liczby pi można znaleźć dowolną liczbę

(Ciąg dalszy na stronie 3)

(Ciąg dalszy ze strony 2)
naturalną np. dowolny numer telefonu, koszuli, liczbę mieszkańców i wszystko co nam się zamarzy. I to właśnie okazało się prawdą! Od tej pory wszystkie liczby, które mają taką cechę (tzn. ich rozwinięcia zawierają wszystkie liczby naturalne, jak np. najprostsza z takich liczb 0,1234567891011121314...itd.), nazywa się "liczbami Szymborskiej".
Warto też wiedzieć, że istnieje coś takiego jak liczby zespolone. Wprowadzono je z konieczności wyciągania pierwiastków z liczb ujemnych. Przez całą szkołę średnią wmawia się uczniom, że ***„nie wolno wyciągać pierwiastka z liczby ujemnej!"***. Prawda ta zostaje całkowicie zburzona, gdy zaczynamy poznawać liczby zespolone.

$$\sqrt{-1} = i$$

Dowiadujemy się wówczas, że:

liczba urojona

Czy to znaczy, że przez kilkanaście lat szkolnej edukacji byliśmy oszukiwani? Nie do końca. W realnym świecie w którym żyjemy nie występują przecież żadne liczby zespolone. Każdą wielkość fizyczną, którą jesteśmy w stanie zmierzyć, możemy zawsze wyrazić za pomocą liczb rzeczywistych. W naszym normalnym, rzeczywistym świecie nie istnieją jakieś niestworzone.
Można więc zadać sobie pytanie, po co ludzie wymyślili coś takiego jak liczby zespolone, skoro nie istnieją one w realnym świecie. Odpowiedź jest dość prosta. Bez nich nie dałoby się wielu przydatnych rzeczy (ze świata realnego) obliczyć.
Liczby zespolone są bardzo przydatnym narzędziem, które daje nam nowe możliwości obliczeniowe. Matematyk może na chwilę opuścić nasz realny świat, udać się do świata urojonego, tam wykonać różne magiczne działania, a następnie wrócić "na ziemię" z całkowicie rzeczywistym wynikiem.

Magda A.

PO PROSTU PECH– PECHOWA „13"

Liczba trzynaście jest od wieków uznawana za pechową, a połączenie 13 i piątku to wyjątkowa kumulacja nieszczęść. Dlaczego ze wszystkich liczb pechowe jest właśnie 13?
Żeby odpowiedzieć na to pytanie trzeba cofnąć się do Babilonu, gdzie stworzono system oparty na wielokrotności liczby 12. Stanowił on przez dłuższy czas podstawy starożytnej matematyki. Tuzin stał się więc symbolem całości i doskonałości. Było więc 12 biblijnych plemion Izraela, 12 głównych bogów Grecji i Rzymu, 12 Apostołów, 12 rycerzy Okrągłego Stołu. Trzynastka jako pierwsza liczba wykraczała poza przyjęty kanon. Nazywano ją "diabelskim tuzinem" i przypisano nieszczęśliwe wydarzenia, które to potwierdzały, np. ojciec Aleksandra Macedońskiego, Filip, zginął tuż po tym, jak postawił 13 posąg (swój) obok 12 posągów greckich bogów. W Ostatniej Wieczerzy uczestniczyło 13 osób , a trzynastym biesiadnikiem był Judasz, który okazał się zdrajcą. Piątek 13-tego to dzień śmierci Jezusa więc czas kiedy zło nabrało największej mocy.
W średniowieczu wierzono, że właśnie w tym dniu czarownice umawiają się na Sabat.

Katarzyna G.

Matematyka w zastosowaniach

Postać podbiega do nadjeżdżającego samochodu. Krzyczy do kierowcy "GET OFF THE CAR!", kierowca wysiada z drobną pomocą gangstera, który wsiada i odjeżdża w stronę słońca. Jeśli grałeś w GTA, to pewnie widziałeś tę scenę co najmniej osiem razy dziennie. Czy zastanowiłeś się kiedyś, jak to jest możliwe, że komputer operujący tylko i wyłącznie na suchych liczbach wie, jak wygenerować taką akcję i wyświetlić ją na ekranie? Pewnie nie. Więc ja Ci opowiem.
A zaczęło się od tego, że kilka osób uważało na matematyce...

Najwspanialsza myśl geometrii

Zapewne wiesz, że każdą figurę geometryczną da się pokroić na skończoną liczbę trójkątów – można próbować ciąć po przekątnych, uciąć wierzchołki, żeby został kwadrat albo zakombinować jeszcze inaczej – ale zawsze summa summarum otrzymamy kilka trójkątów.
Ta własność została wykorzystana w grafice 3D. Otóż różnimy się od komputerów tym, że rysując osobę myślimy „To jest Klaudia, moja sąsiadka". Komputer podczas rysowania myśli „To jest 726-kąt wklęsły".
Teraz prośba do Ciebie. Narysuj mi 726-kąt wklęsły. Pewnie odpowiesz:
- Chyba Cię (ocenzurowano).
Tak, komputer pomyśli tak samo. I dla niego, i dla Ciebie narysowanie takiej figury jest zadaniem zbyt trudnym i żmudnym do wykonania. Ale na szczęście jakiś mądry matematyk nauczył komputery dzielić 726-kąty foremne na trójkąty. Jak Cię poproszę o narysowanie kilku trójkątów, to chyba wielkiej łaski mi nie zrobisz, co nie?
Taki proces dzielenia figur i brył na trójkąty (oraz nanoszenia na nie obrazów i efektów świetlnych) nazywa się renderowaniem. Dzięki renderowaniu znacznie uproszczono kilka innych operacji na tychże bryłach – bo komputer mógł od tej pory stosować na nich przekształcenia geometryczne.

Jednokładność

Grałeś kiedyś w Simsy, co nie? Nie znam osoby, która nie grała choćby przez chwilę. Budowa pięknego domu w Simsach to nie lada wyzwanie. Trzeba dużo się nakręcić kamerą – obejrzeć każdy pokój z każdej strony, przybliżać, oddalać itp. Czy nie zastanowiło Cię, jak to jest, że możesz obejrzeć każdy pokój z każdej strony, każdy element możesz obrócić i przesunąć, a widok możesz zawsze przybliżyć i oddalić?
Skoro każdy obiekt w grze jest zbiorem trójkątów, to można go przekształcać. Przykładowo, jeśli wezmę kwadrat, rozbiję go na trójkąty i każdy z nich zmniejszę dwukrotnie, to moja wynikowa figura też się pomniejszy. Dzięki takim przekształceniom postacie mogą się przemieszczać, otoczenie obracać, a wieżowiec z daleka wygląda nieco inaczej, niż z bliska.
Jak wyglądają te przekształcenia? W wypadku przeskalowania i przemieszczenia nie ma problemu – należy po prostu odpowiednie współrzędne dodać lub przemnożyć przez odpowiednią liczbę. Obrót jest nieco bardziej skomplikowany – tutaj trzeba sięgnąć po bardziej skomplikowane metody (np. przemnożyć punkt przez macierz obrotu).Zauważ, że takie przekształcenie na obiekcie bez wierzchołków byłoby dość trudne.

Trajektorie, latanie i siły

Ale na samych obrotach, przesunieciach i przeskalowaniach gra się nie kończy. Smutne by to było, gdyby w grze dało się tylko skalować i przesuwać, czyż nie? Dlatego na podstawie tych przekształceń zbudowano bardziej złożone funkcje – a jakże – matematyczne, które pozwalają Ci grać. Wymienię tylko kilka z nich, a o kilku z nich porozmawiamy bardziej szczegółowo w kolejnych artykułach:

Kopnięcie piłki

Kilka dni po najnowszym GTA wyszła nowa FIFA – gra, dzięki której możemy się poczuć jak prawdziwi sportowcy, wygrywając mecz FC Barcelona – Kozia Wólka. Trajektoria lotu w FIFIe jest wyliczana dzięki zbiorom fizycznym – piłka jest zbiorem pięciokątów i sześciokątów, które co klatkę animacji są przesuwane zgodnie ze wzorem na trajektorię lotu.
W podobny sposób wylicza się trajektorię kuli wystrzelonej z pistoletu. Komputer potrafi Ci powiedzieć, gdzie trafiłeś, zanim kula tam w ogóle doleci. A wszystko dzięki matematyce.

Przejście z pokoju do pokoju

We wcześniej wspomnianych Simsach dając simowi „Podejdź tutaj" możemy zobaczyć, jak to sim postanawia przejść z kuchni do salonu przez taras, po drodze psiocząc w dziwnym języku „Nie mogę przejść!". Nie jest to może najlepszy mechanizm, ale działa dzięki matematyce. Natomiast w pokrewnej grze tego samego producenta, w której naszym zadaniem jest budowa wielkiej metropolii wszystkie zjawiska mają odzwierciedlenie w matematyce – przykładowo trasy są wyliczane, uwzględniając ich przepustowość, kolizyjność i długość. W takich sytuacjach komputer korzysta z tych samych metod, co nawigacja samochodowa do wyliczania trasy.

(Ciąg dalszy na stronie 5)

(Ciąg dalszy ze strony 4)

LATANIE SAMOLOTEM

Tutaj historia jest podobna, jak w punkcie 1. Aby samolotem dało się kierować w sposób intuicyjny, to musi on przestrzegać praw fizyki. W tym celu wyliczane są wszystkie siły na niego działające (oczywiście niektóre z dużym uproszczeniem), a następnie wszystkie punkty w wielokątach po kolei są przesuwane i odkształcane zgodnie z wyliczeniami. Ponadto, dzięki matematyce i jej metodzie elementów skończonych (korzystającej intensywnie z całek – czyli bazującej na tak znienawidzonych i niepraktycznych funkcjach) możliwe jest dokładne odwzorowanie katastrof lotniczych. W tym miejscu matematyka sprzęga się z informatyką i fizyką, aby znaleźć prawdę.
Co to jest polecieć na księżyc...
Współczesne gry wymagają sprzętu, który jest tysiące razy szybszy od komputera, który sterował rakietą lecącą na księżyc. Dzieje się tak, ponieważ są to małe symulatory – katastrof lotniczych, strzelanin, systemów nawigacyjnych... Część z nich po usunięciu części rozrywkowej jest wykorzystywana, aby ratować ludzkie życie przed potencjalnymi błędami inżynierów i rozbieżnością między teorią a praktyką.
I wszystko dzięki matematyce. Kto by pomyślał, że te głupie sinusy na coś się jednak przydały…

Paweł N.

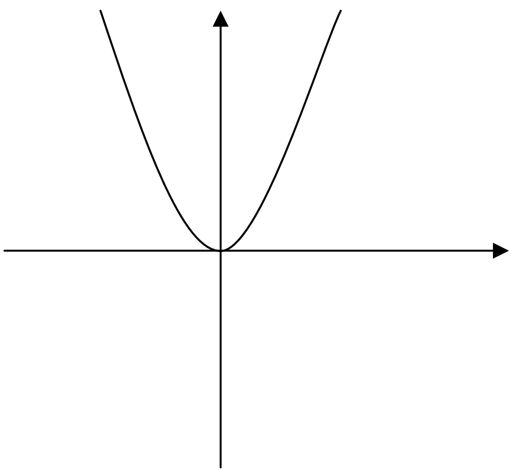
POWTÓRKA

FUNKCJA KWADRATOWA.

JEDNOMIAN DRUGIEGO STOPNIA

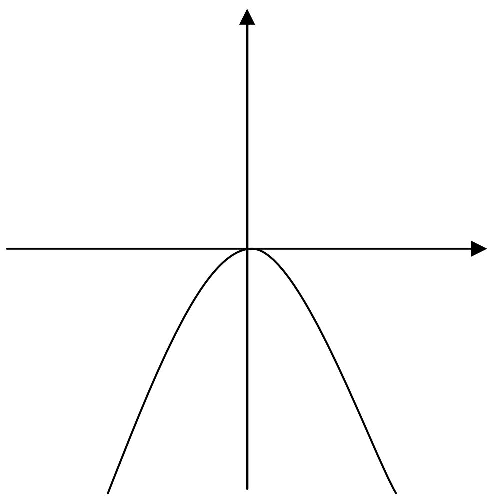
$$f(x) = ax^2$$

$a > 0$



Funkcja jest malejąca w zbiorze R_- a rosnąca w zbiorze R_+

$a < 0$



Funkcja jest rosnąca w zbiorze R_- a malejąca w zbiorze R_+.

Trójmian kwadratowy

$$f(x) = ax^2 + bx + c, gdzie\ a \neq 0, a\ i\ b\ i\ c \in R$$

Wyrażenie $\Delta = b^2 - 4ac$ *jest to wyróżnik trójmianu kwadratowego*

$f(x)=ax^2+bx+c$	a=0	równanie I stopnia	f(x)=bx + c
	a≠0, Δ>0	$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	Dwa punkty przecięcia paraboli z osią x
	a≠0, Δ=0	$x = -\frac{b}{2a}$	Punkt styczności paraboli z osią x
	a≠0, Δ<0	-	----------

Postać trójmianu kwadratowego

Nazwa	Wyrażenie
Ogólna	$f(x)=ax^2 + bx + c$
Kanoniczna	$f(x)=a(x - p)^2 + q$ $p = -\frac{b}{2a}, q = \frac{-\Delta}{4a}$
Iloczynowa	$f(x)=a(x - x_1)(x - x_2)$ Δ>0 $f(x)=a(x - x_0)^2$ Δ=0

„p" i „q"- wierzchołka paraboli.

Wzory Viete'a– suma i iloczyny pierwisatków

Dla Δ≥0

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

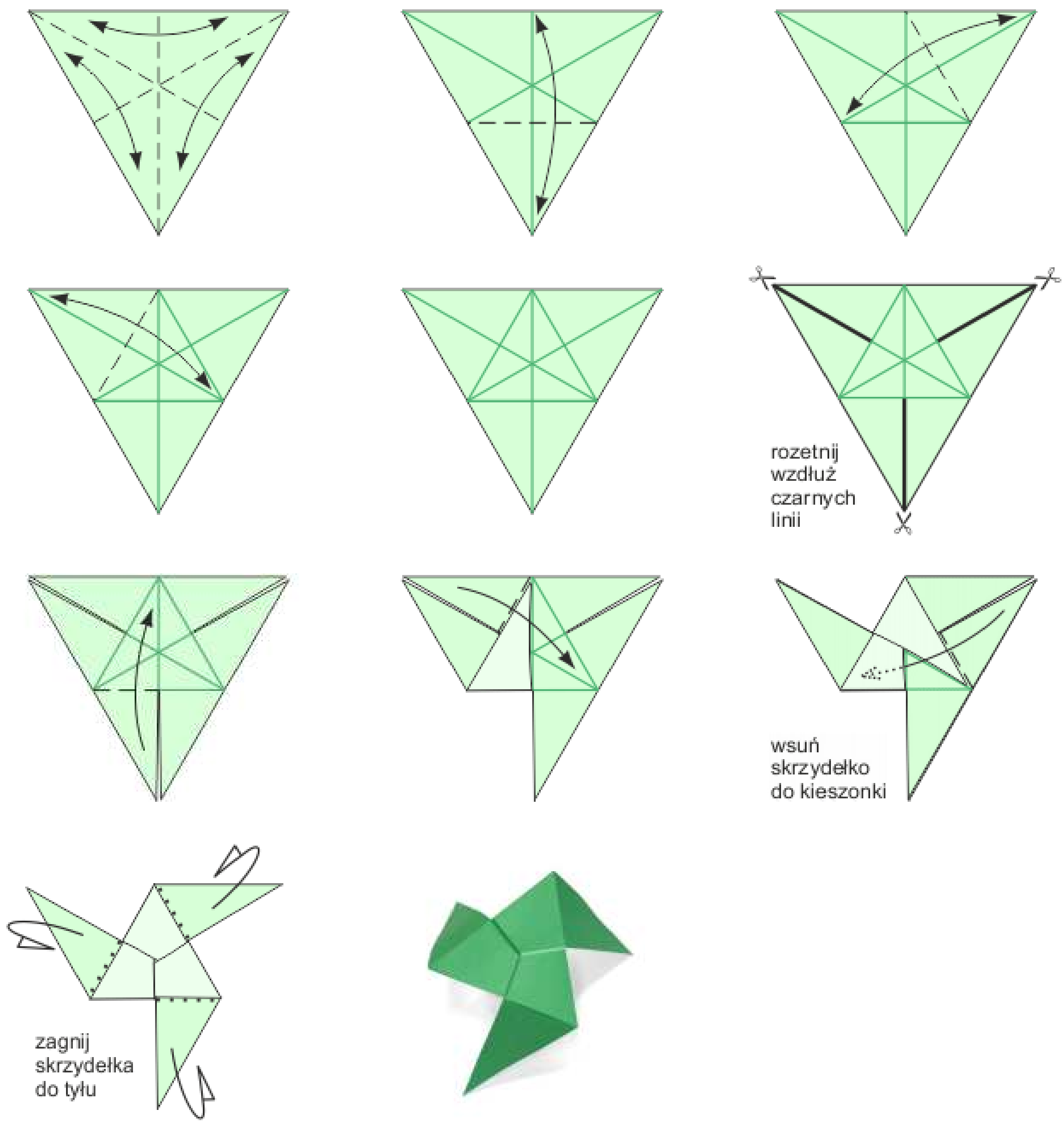
$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Kącik majsterkowicza

Bryły z samych trójkątów

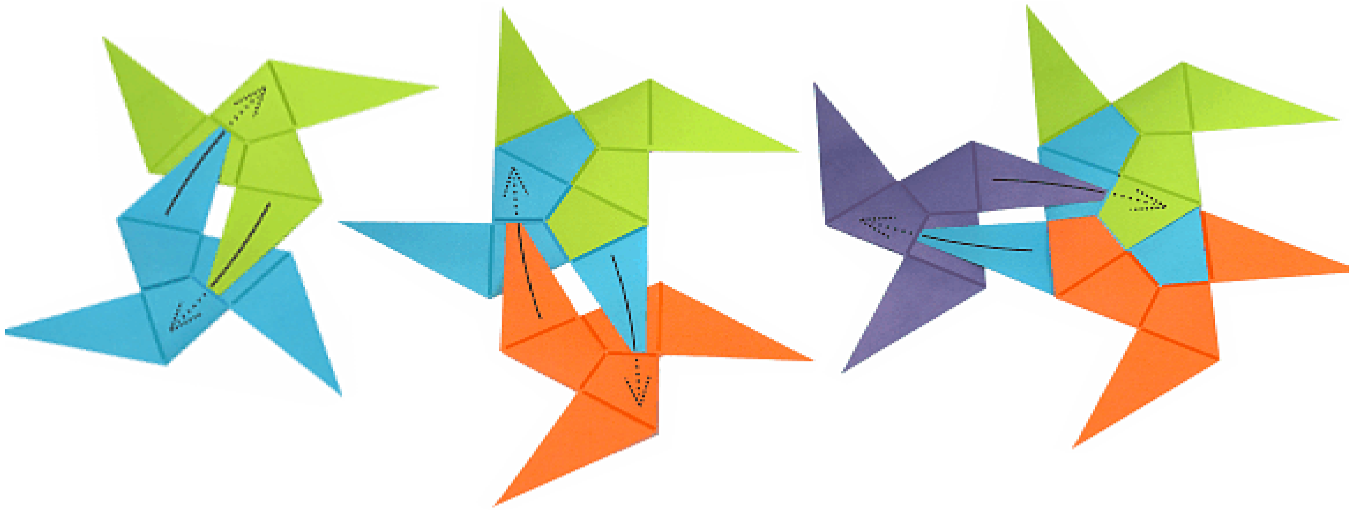
Jak wykonać pojedynczy moduł

Potrzebne są kartki w kształcie trójkątów równobocznych. Można je przygotować samemu lub kupić w bloczkach w niektórych sklepach papierniczych. Trzeba przygotować ich tyle, ile ścian będzie miała budowana bryła. Niestety, im więcej jest ścian, tym bardziej niestabilny staje się model.

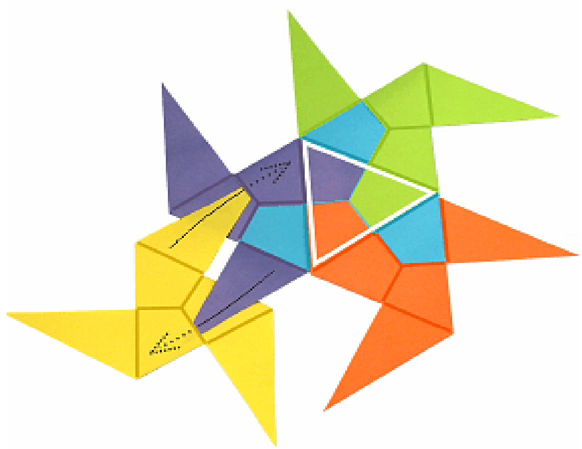


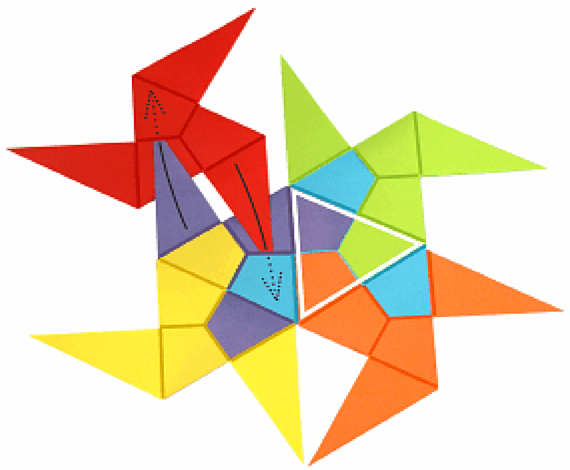
Jak łączyć moduły?

Moduły łączą się ze sobą nawzajem przez wsunięcie skrzydełka jednego z nich do kieszonki modułu z nim graniczącego i vice versa.



Z czterech splecionych modułów, powstaje gotowa ściana trójkątna (jej brzeg zaznaczono na poniższym rysunku białą linią). Cały rysunek przedstawia natomiast siatkę czworościanu. Można go zbudować, zaginając ściany i łącząc sąsiednie moduły (fioletowy z zielonym, zielony z pomarańczowym i pomarańczowy z fioletowym).



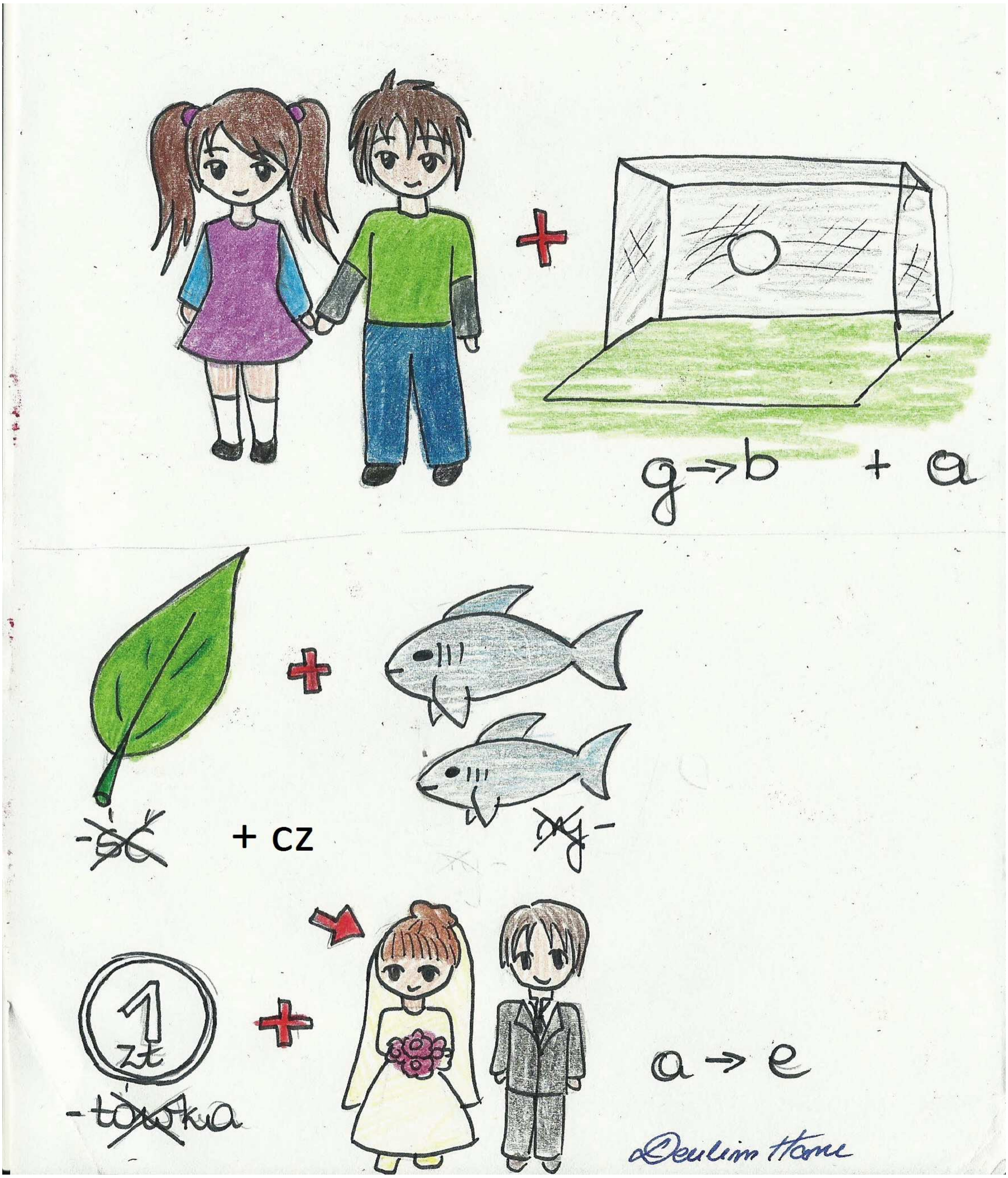


Moduły można dodawać w nieskończoność tworząc coraz to nowe i ciekawsze bryły.

Paulina Dz.

ROZRYWKA

REBUSY



KUBEK ŚMIECHU

TRZECH PODRÓŻNIKÓW

Trzech podróżników - baloniarzy zabłądziło we mgle. Gdy wreszcie mgła się rozwiała, zauważyli, że wiszą nisko nad ziemią, a z dołu przypatruje się im mężczyzna o inteligentnym wyglądzie, w rogowych okularach.
- Panie kochany, gdzie my się znajdujemy?
(po chwili zastanowienia) hmm..., znajdujecie się w balonie!!!
- Ach, to pan jest matematykiem!
- Jak się domyśliliście?
- Bo odpowiedz pańska była przemyślana, precyzyjna, ścisła i bezużyteczna!

DLACZEGO POCIĄG STUKA

Dlaczego jadący pociąg stuka kołami?
- ???
- A jaki jest wzór na obwód koła?
- 2 * PI * r.
- A ile to jest PI?
- 3 z hakiem.
- No i właśnie ten hak stuka.

Redaktorzy: Michał Jała, Paweł Nowiszewski, Magdalena Archacka, Katarzyna Gil, Emilia Niemasik, Paulina Dziedzic, Michalina Antoniewska, Agnieszka Bieniek.
Opieka merytoryczna: Danuta Ruchała