

ZESPÓŁ SZKÓŁ OGÓLNOKSZTAŁCĄCYCH
W KAMIENNEJ GÓRZE

FILO – MATH

GAZETKA KOŁA MATEMATYCZNEGO

KWIECIEŃ 2015

NR 1 (8)/2015



CO W NUMERZE:

Matematyka w liczbach

Proste mnożenie	1
Ułamek dziesiętny	3

Wycieczka matematyczna

Wieża matematyczna	5
--------------------------	---

Przed maturą

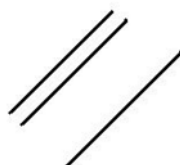
Nie taki dowód straszny	6
Podziękowania	8

PROSTE MNOŻENIE

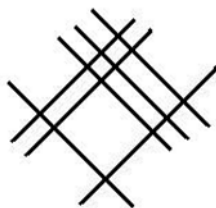
Oto jak poradzić sobie bez mnożenia pisemnego i kalkulatora. Przedstawiamy Wam graficzną metodę obliczania.

$$21 \times 13 =$$

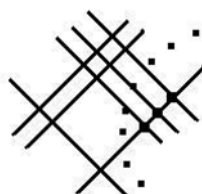
1. Aby wyznaczyć wartość tego iloczynu musimy narysować tyle kresek ile wynosi każda cyfra. Najpierw rysujemy **dwie** a poniżej **jedną**.



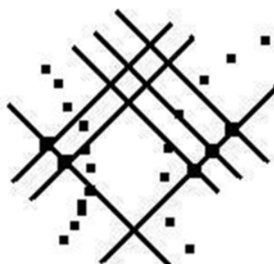
2. Teraz prostopadle do nich rysujemy **jedną** i **trzy**.



3. Następnie oddzielamy sobie jedną część (dolną) i liczymy ile razy linie poziome i pionowe się przetną. W tym przypadku będzie to trzy razy.



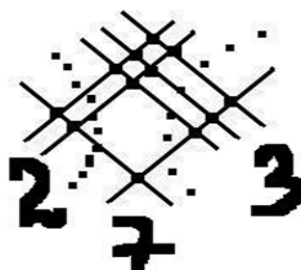
Analogicznie postępujemy z drugą stroną.



4. Liczymy punkty które powstały w niezaznaczonych obszarach.

5. Zapisujemy ilość kropek z każdej części i otrzymujemy kolejno od lewej cyfry setek, dziesiątek i jedności szukanego iloczynu.

$$21 \times 13 = 273$$



Ułamek dziesiętny

B u d o w a u ł a m k a d z i e s i ę t n e g o

Ułamki dziesiętne zapisuje się bez kreski ułamkowej, ale specjalną funkcję pełni przecinek dziesiętny, który oddziela część całkowitą od części ułamkowej.

Np. 12,3456

Pierwsze miejsce po przecinku oznacza części dziesiąte, drugie - części setne, trzecie - części tysięczne, czwarte - części dziesięciotysięczne itd.

Ułamki okresowe to ułamki dziesiętne nieskończone, których cyfry od pewnego miejsca po przecinku otrzymujemy przez powtarzanie pewnej grupy cyfr zwanej okresem.

Ułamki okresowe dzielimy na:

- **Czyste**- od pierwszego miejsca po przecinku powtarza się okres
np. 13,54545454...

- **Mieszane**- od pewnego miejsca po przecinku powtarza się okres
np. 2,907645645645...

Długość okresu ułamka okresowego jest zawsze mniejsza od mianownika ułamka zwykłego równemu danemu ułamkowi okresowemu. Aby określić ilość cyfr w okresie ułamka okresowego wystarczy dany ułamek rozszerzyć do ułamka o mianowniku złożonym z samych dziewiątek, ponieważ liczba dziewiątek w mianowniku określa ilość cyfr w okresie.

Zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły , którego okres zaczyna się zaraz po przecinku (ułamka czystego)

a = liczba stojąca w okresie podzielona przez tyle dziewiątek, ile jest cyfr w okresie

Np. $0,(5) = \frac{5}{9}$

$$3,(47) = 3\frac{47}{99}$$

Zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, którego okres nie zaczyna się zaraz po przecinku (ułamek mieszanego)

$a =$ (liczba stojąca po przecinku) odjąć (liczba stojąca przed okresem) podzielone przez (tyle dziewiątek, ile jest cyfr w okresie) razy (1 i tyle zer, ile jest cyfr przed okresem)

$$\text{Np. } 0,367(11) = \frac{36711-367}{99000} \quad 0,23(456) = \frac{23456-23}{99900}$$

Zamieniając ułamki zwykłe na ułamki okresowe, można zauważyć prawidłowość polegającą na tym, że liczba cyfr między przecinkiem a okresem zależy od dwójek i piątek w rozkładzie mianownika na czynniki pierwsze.

Jeśli w rozkładzie są i dwójki i piątki to liczba cyfr między przecinkiem, a okresem jest równa wykładnikowi z liczb dwójek i piątek. Jeżeli w rozkładzie mianownika są tylko 2 i 5 to taki ułamek nie będzie okresowy.

$$\text{Np. } \frac{7}{40} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = 0,175$$

Zamiana ułamka zwykłego na ułamek dziesiętny

Rozwinięcie dziesiętne skończone

Postać dziesiętna ułamka zwykłego, którego mianownik można rozszerzyć lub skrócić tak, aby otrzymać potęgę liczby 10.

Np.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Rozwinięcie dziesiętne okresowe

Liczby wymierne dopuszczają dziesiętne rozwinięcie okresowe: dzielimy pisemnie licznik przez mianownik. Powtarzającą się cyklicznie grupę cyfr nazywamy **okresem**. W zapisie rozwinięcia okres wyróżniamy nawiasem:

Np.

$$\frac{1}{3} = 0,33333 \dots = 0,(3) \quad \frac{9}{11} = 0,8181 \dots = 0,(81) \quad \frac{7}{15} = 0,46666 \dots = 0,4(6)$$

Inaczej dzieje się w przypadku **liczb niewymiernych**.
Liczby niewymierne rozwinięcie nieskończone i nieokresowe.
Np.

3,12112111211112.....

Kiedy liczbę wymierną można przedstawić w postaci rozwinięcia dziesiętnego skończonego?

Liczbę można zapisać w postaci skończonego ułamka dziesiętnego wtedy i tylko wtedy, gdy jest liczbą wymierną i w rozkładzie mianownika na czynniki pierwsze, występują tylko czynniki 2, 5 lub 2 i 5.

Agnieszka Marmuszevska

Wycieczka do Wrocławia

Jakie skojarzenia wywołuje w nas Wrocław? Myślę, że różne. Jedni pomyślą o zoo i pięknych ogrodach, inni o teatrach, operze, licznych kościołach, krasnoludkach... . Jest to również miasto określane mianem Wenecji Północy, jak również miastem uniwersyteckim.

Odwiedzając Wrocław warto odwiedzić budynek gmachu głównego Uniwersytetu Wrocławskiego. Wieża na którą prowadzą Schody Cesarskie nazywana jest Wieżą Matematyczną. Ciekawy opis i historię tego miejsca można znaleźć na stronie Wrocławskiego Portalu Matematycznego.

<http://www.matematyka.wroc.pl/doniesienia/wieza-matematyczna>





Zdj. Kinga Ratajczyk

Nie taki dowód straszny

Już 5 maja maturzyści w całym kraju przystąpią do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym, a 8 maja odbędzie się egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym. Oba arkusze zawierają zadania, które wymagają przeprowadzenia dowodu, uzasadnienia tezy. Większość zdających opuszcza te zadania, nie stara się ich rozwiązać. Uważa te zadania za trudne i niezrozumiałe. A tak wcale nie musi być.

Po pierwsze: spójrz z miłością na zadanie.

Po drugie: przeczytaj je kilka razy i odpowiedz sobie na pytanie „o czym jest to zadanie?”

Po trzecie: zastanów się co jest dane, a co trzeba wykazać.

Po czwarte: pamiętaj! „Nie dowodzimy na kilku konkretnych przykładach.”

Po piąte: podsumowujemy swoje rozumowanie, nie urywamy rozwiązania w połowie.

Po szóste: jeśli nie potrafimy zapisać wniosków przy użyciu symboli, zapiszmy je słowami.

Po siódme: egzaminator nie jest jasnowidzem i nie potrafi czytać w naszych myślach.

Po ósme: nie bójmy się myśleć.

Dowody w arkuszach maturalnych

- ***dowody algebraiczne:***
 - podzielność liczb;
 - nierówności;
 - wartości wyrażeń algebraicznych;
 - tożsamości;

- ***dowody geometryczne:***
 - przystawanie (cechy przystawania trójkątów);
 - podobieństwo (cechy podobieństwa trójkątów);
 - własności figur;
 - wzory trygonometryczne;

Mała ściągą z różnych twierdzeń:

1. Twierdzenie Bézouta

Wielomian $W(x)$ jest podzielny przez dwumian $(x-a)$ wtedy i tylko wtedy, gdy liczba a jest pierwiastkiem tego wielomianu.

2. Twierdzenie (o reszcie)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - a$ jest równa $W(a)$, gdzie a należy do R .

3. Wielomian stopnia nieparzystego ma co najmniej jeden pierwiastek.

4. Wielomian stopnia n -tego może mieć co najwyżej n pierwiastków.

5. Spodek wysokości ostrosłupa prostego jest środkiem okręgu opisanego na podstawie.

Proste wnioski z tego to:

- jeżeli ostrosłup jest prosty, to spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem okręgu opisanego na podstawie
- jeżeli ostrosłup jest prosty, to wszystkie jego krawędzie boczne są równe.

Wszystkim maturzystom życzymy:

Połamania pióra

Ciekawych pomysłów na rozwiązania zadań

Trafnych typowań na chybił trafił :-)

Małpa z zadań zamkniętych

Wiary, że wszystko będzie dobrze

Spokoju i opanowania

PODZIĘKOWANIA

Dziękuję wszystkim redaktorom — obecnym maturzystom,

za pomoc przy tworzeniu kolejnych numerów gazetki.

Michalinie Antoniewskiej i Agnieszce Biniek za odkrywanie tajemnic wielkich matematyków, Patrycji Bukowskiej za opracowanie artykułu o doświadczeniach fizycznych, Jackowi Wasilewskiemu za Fibonacciego, Emilii Niemasik za niepowtarzalne, własnoręcznie rysowane rebusy, a w szczególności Michałowi Jale za poświęcony czas, wiedzę i chęci oraz za nadanie kształtu gazetce.

Danuta Ruchała