



## CO W NUMERZE:

### PRZEGLĄD MATEMATYKÓW:

Archimedes .....	1
Heron .....	2

### MATEMATYKA W INNYCH DZIEDZINACH

Magiczna moc liczby siedem .....	2
Miłość w matematyce .....	3

### MATEMATYKA W ZASTOSOWANIACH

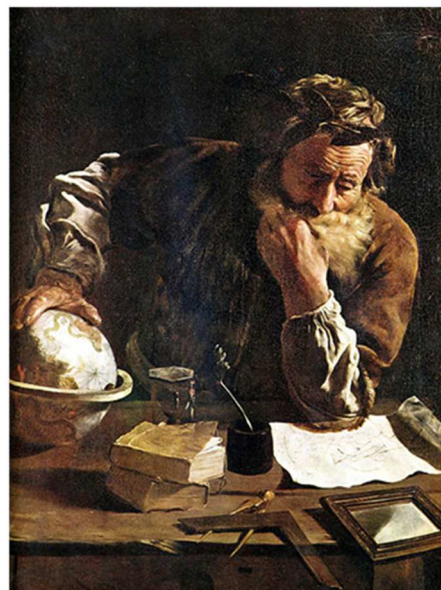
Złoty podział .....	4
---------------------	---

### KĄCIK MAJSTERKOWICZA

Bryły w świątecznym wydaniu .....	6
Świąteczne gwiazdki .....	8

### ROZRYWKA

Sposób na mnożenie .....	9
--------------------------	---

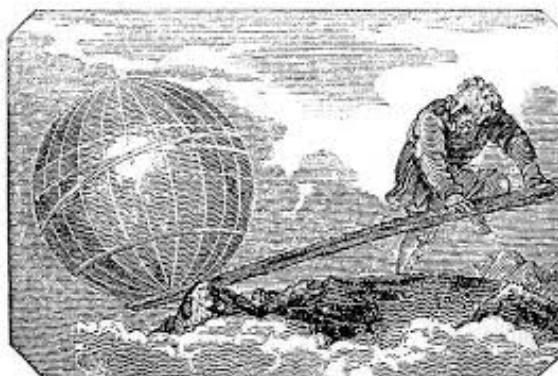
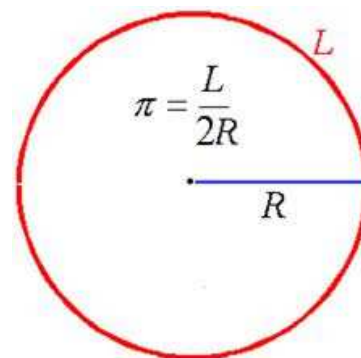


## PRZEGLĄD MATEMATYKÓW.

### ARCHIMEDES

Grecki filozof przyrody i matematyk, urodzony i zmarły w Syrakuzach; wykształcenie zdobył w Aleksandrii. Archimedes jest autorem szeregu niezwykle głębokich i oryginalnych prac z dziedziny matematyki i tym różni się od Euklidesa, który zasłynął raczej jako systematyk przed nim stworzonej wiedzy. Prace Archimedesas dotyczą

*(Ciąg dalszy na stronie 2)*



(Ciąg dalszy ze strony 1)

obliczania objętości pól figur, ograniczonych krzywymi i objętości brył, ograniczonych dowolnymi powierzchniami, czym wślawił się jako prekursor rachunku całkowego, powstałego w dwa tysiące lat później dzięki takim geniuszom jak Leibniz i Newton. Archimedes uważał za najważniejsze swoje odkrycie podobno dowód, że stosunek objętości kuli do objętości opisanego na niej walca wyraża się stosunkiem liczb 2: 3, i prosił przyjaciół o umieszczenie tego na nagrobku.

### POLE KOŁA

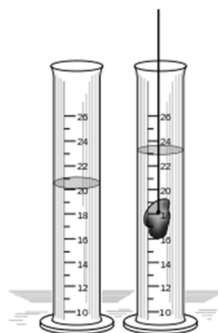
Pole powierzchni koła jest równe polu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych równych obwodowi i promieniowi koła. Pole koła ma się do pola opisanego na nim kwadratu jak 11:14. Stosunek obwodu koła do jego średnicy jest zawarty między liczbami 310/71 i 310/70.

### PRAWO ARCHIMEDESA

Podstawowe prawo hydro- i aerostatyki określające siłę wyporu.

Wersja współczesna: Na ciało zanurzone w płynie (cieczy, gazie lub plazmie) działa pionowa, skierowana ku górze siła wyporu. Wartość siły jest równa ciężarowi wypartego płynu. Siła ta jest wypadkową wszystkich sił parcia płynu na ciało.

Stara wersja prawa: Ciało zanurzone w cieczy lub gazie traci pozornie na ciężarze tyle, ile waży ciecz lub gaz wyparty przez to ciało.



### HERON

Heron z Aleksandrii (ok. 10- ok. 70)– starożytny grecki matematyk, fizyk, mechanik, wynalazca i konstruktor.

#### NAJWAŻNIEJSZE ODKRYCIA I WYNAZKI:

- Bania Herona uważana za pierwowzór parowej turbiny
- maszyny do czerpania wody
- maszyny oblężnicze ( trebeusz, katapulta, balista )
- wzór na pole trójkąta zwany wzorem Herona
- wzory na powierzchnię i objętość innych figur geometrycznych
- metody przybliżonego obliczania pierwiastków

#### WZÓR HERONA

Wzór pozwalający obliczyć pole (S) trójkąta, jeśli znane są długości a, b, c jego boków.

$p = \frac{1}{2}(a + b + c)$  Niech „p” oznacz połowę obwody trójkąta.

Wtedy jego pole S wynosi:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$
$$= \frac{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}}{4}$$

Agnieszka Bieniek, Michalina Antoniewska

## MATEMATYKA W INNYCH DZIEDZINACH

### MAGICZNA MOC LICZBY 7

W starożytności niektórym liczbom przypisywano moc magiczną. Ów mistycyzm liczbowy został zapoczątkowany przez Pitagorasa i jego uczniów. Za ich pośrednictwem rozpowszechnił się po całej Grecji i w szczytkowej postaci przetrwał aż do naszych czasów. Stąd na przykład mamy feralną trzynastkę. Jednak największą moc magiczną przypisywano w starożytności liczbie 7. Wiele faktów historycznych i kulturalnych, wiele dzieł rąk ludzkich powiązano z siódmką.

(Ciąg dalszy na stronie 3)

(Ciąg dalszy ze strony 2)

Oto niektóre z nich:

- *Siedem Cudów Świata*; Piramidę Cheopsa, Wiszące ogrody Semiramidy w Babilonie, Świątynie Artemidy w Efezie, Posąg Zeusa Olimpijskiego, Mauzoleum w Halikarnasie, Kolos Rodyjski - posąg boga słońca Heliosa, Latarnię morską na wysepce Faros w Aleksandrii.
- *Siedmiu mędrców starożytności*: Bias z Pireny, Salon, Pittakos z Mityleny, Tales z Miletu, Kleobulos z Lindos, Myzon z Chene, Chilon ze Sparty
- Siedem kryształowych sfer.
- Siedem dni w tygodniu.
- Siedem tonów gamy: c d e f g a h
- Siedem krów tłustych i siedem krów chudych z księgi rodzaju
- Siedem sztuk wyzwolonych: artes liberales.
- Za siedmioma górami, za siedmioma lasami...
- Siedem pięknych dziewcząt i siedmiu chłopców ateńskich składanych rok rocznie na pożarcie Minotaurowi, potworowi w postaci byka, pół człowieka, którego król Minos jego ojciec zamknął w labiryncie na wyspie Krecie, żeby nie mógł się stamtąd wydostać.

W starej polszczyźnie siódemka otoczona była nimbem tajemniczości. Świadczy o tym chociażby "Kronika polska, litewska, żmudzka i wszytkiej Rusi", w której jest między innymi zapis: " ...Wziął Jagiełło księciu opolskiemu za 7 dni 7 zamków, ale pod zamkiem Bolesławem 7 lat leżeli Polacy, aż im się poddał..."

Magda A.

## MIŁOŚĆ W MATEMATYCE

Miłość jest bardzo ważnym uczuciem w naszym życiu, ale zapewne niewielu z was wiedziało o tym że w matematyce też istnieje takie uczucie. Chciała bym przedstawić nazwy liczb, które darzą się uczuciami.

## LICZBY BLIŹNIACZE

Liczby bliźniacze takie dwie liczby pierwsze, których różnica wynosi 2.

Przykłady liczb bliźniaczych:

3 i 5,  
5 i 7,  
11 i 13,  
17 i 19,  
29 i 31,  
41 i 43,  
59 i 61,

## SKOŃCZONOŚĆ LICZB BLIŹNIACZYCH

Do dzisiaj nie wiadomo czy liczb bliźniaczych jest nieskończenie wiele, jak sugeruje hipoteza liczb pierwszych bliźniaczych.

W 1919 norweski matematyk Viggo Brun udowodnił, że szereg odwrotności liczb bliźniaczych jest zbieżny.

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{19}\right) + \left(\frac{1}{29} + \frac{1}{31}\right) + \dots = 1.9021605831\dots$$

## WŁASNOŚCI LICZB BLIŹNIACZYCH

Liczba 5 jest bliźniacza zarówno z 3 jak i z 7,

Największe znane dziś liczby bliźniacze to  $16869987339975 \cdot 2^{171960} \pm 1$ ,

łatwo zauważyć, że liczby pierwsze (oprócz 2 i 5) kończą się na 1,3,7,9. Wiedząc, że wśród liczb mniejszych od  $10^9$  (1 miliarda) jest około 5% liczb pierwszych (czyli około 50 milionów) można wywnioskować, że średnio co ósma liczba kończąca się na 1, 3, 7, 9 jest pierwsza,

Ostatnimi cyframi liczb bliźniaczych mogą być: 1 i 3 (na przykład 11 i 13), 7 i 9 (na przykład 17 i 19) oraz 9 i 1 (na przykład 29 i 31).

## LICZBY ZAPRZYJAŻNIONE

Liczby zaprzyjaźnione to para różnych liczb naturalnych, takich że suma dzielników każdej z tych liczb równa się drugiej (nie uwzględniając tych dwóch liczb jako dzielników).

Pierwszą parą takich liczb, która została podana już przez Pitagorasa, jest para liczb 220 i 284, ponieważ:

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 \text{ (dzielniki 284)}$$

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 \text{ (dzielniki 220)}$$

Nie wiadomo, czy istnieje nieskończenie wiele par liczb zaprzyjaźnionych i czy istnieje taka para liczb o różnej parzystości.

Wzór generujący niektóre liczby zaprzyjaźnione został znaleziony przez arabskiego matematyka Tabita Ibn Qurra'ę ok. roku 850.

Niech:

$n > 1$  będzie liczbą naturalną,

$$p = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$$

$$q = 3 \cdot 2^n - 1,$$

$$r = 9 \cdot 2^{2n-1} - 1$$

Jeśli  $p$ ,  $q$  i  $r$  są liczbami pierwszymi, to

$$2^n pq \text{ i } 2^n r$$

są liczbami zaprzyjaźnionymi.

Kasia G.

## MATEMATYKA W ZASTOSOWANIACH

### MATEMATYKA, MATEMATYKA WSZĘDZIE... POMOCY!!!

Ostatnio idąc korytarzem usłyszałem ciekawą wypowiedź pewnej uczennicy z „biol-chemu”: „Poszłam na biol-chem bo nie chciałam mieć nic wspólnego z matematyką, a teraz co mi dowalają? Pięć godzin tygodniowo...”

Tak, oczywiście zgadzam się z koleżanką, że pięć godzin to dużo. Ale chcę również przypomnieć, co po niektórym, że zarówno biologia jak i chemia są ściśle powiązane z matematyką. Oczywiście głównie przez obliczenia, o czym ostatnio przekonuje się klasa II d. Nauczyciele gnębią nas molami, stężeniami, konfiguracją elektronową, przeliczaniem mas..itd. Ale czy tylko w takiej formie matematykę spotykamy w biologii i chemii?

### FRAKTAL ? ŻŁOTY PODZIAŁ? ŻŁOTY KĄT? ŻŁOTY PODZIAŁ ODCINKA? ZNOWU MATEMATYKA???

Nie ma się co bać... Matematyka, czy tego chcemy, czy nie, jest wszędzie.

Nie bez powodu jest ona uważana za Królową Nauk.

Drodzy Biolodzy i pozostali Czytelnicy, czy pojęcie fraktala i złotego podziału kojarzy się wam tylko z matematyką? Jeżeli tak jest, to czas zmienić trochę wasze myślenie.

Fraktal (łac. fractus – złamany, cząstkowy, ułamkowy) w znaczeniu potocznym oznacza zwykle obiekt samo-podobny (tzn. taki, którego części są podobne do całości) albo "nieskończenie subtelny" (ukazujący subtelne detale nawet w wielokrotnym powiększeniu). Ze względu na olbrzymią różnorodność przykładów matematycy obecnie unikają podawania ścisłej definicji i proponują określać fraktal jako zbiór, który:

ma nietrywialną strukturę w każdej skali,

- struktura ta nie daje się łatwo opisać w języku tradycyjnej geometrii euklidesowej,
- jest samo-podobny, jeśli nie w sensie dokładnym, to przybliżonym lub stochastycznym,
- jego wymiar Hausdorffa jest większy niż jego wymiar topologiczny,
- ma względnie prostą definicję rekurencyjną,
- ma naturalny ("poszarpany", "kłębiasty" itp.) wygląd.

Może rzeczywiście zawiłe i odstraszające. Najprościej FRAKTAL = SAMOPODOBNY.



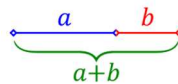
Jeżeli ktoś z Was dalej nie zrozumiał, to łatwiej pokazać to na przykładzie:

„Cóż to takiego?”- spytacie. Jest to po prostu warzywo- skrzyżowanie kalafiora z brokułem. Jak się wam podoba ten FRAKTAL? Na pierwszy rzut oka nie widzimy tego „dziwnego” samo podobieństwa, ale po dokładnym obejrzeniu dostrzegamy, że na kalafiorze są małe „

Teraz czas na złoty podział.

Musimy nieco zajrzeć do matematyki...

Złoty podział (łac. sectio aurea), podział harmoniczny, złota proporcja, boska proporcja (łac. divina proportio) – podział odcinka na dwie części tak, by stosunek długości dłuższej z nich do krótszej był taki sam, jak całego odcinka do części dłuższej. Innymi słowy: długość dłuższej części ma być średnią geometryczną długości krótszej części i całego odcinka. Rysunek po pr-



A teraz to samo z polskiego na „nasze”:

Od razu lepiej... Ale ta regułka nic nam „nie mówi”, dlatego matematycy ułożyli pewien wzór:

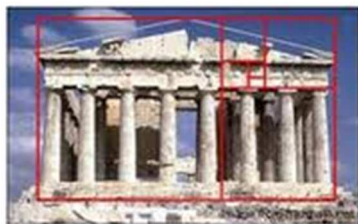
$$\frac{a+b}{a} = \frac{b}{a} \equiv \varphi \quad \varphi = 1,6183033$$

Matematyka, tylko matematyka...



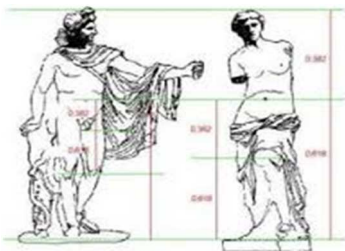
Swoje odzwierciedlenie złoty podział znajduje w przyrodzie:

Liście roślin układają się według zasady złotego podziału.

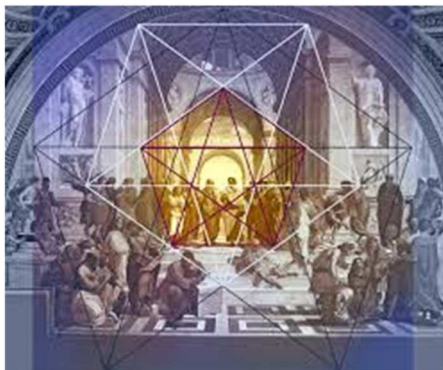


Złoty podział znalazł również zastosowanie w sztuce.

Partenon– świątynia Ateny na Akropolu- został wybudowany według reguły złotego podziału.

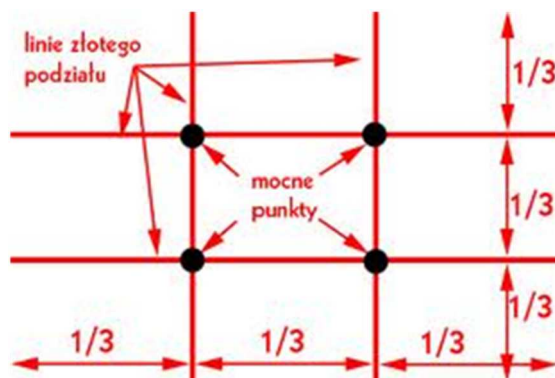


Wielu rzeźbiarzy stosowało regułę złotego podział w swoich dziełach.



Malarze również stosowali złoty podział na swoich obrazach. Przykładem takiego zastosowania jest renesansowy obraz „Szkoła Ateńska”

Ale złoty podział to nie tylko piękno w obrazach, ale również wytyczne dla fotografów i malarzy współczesnych.

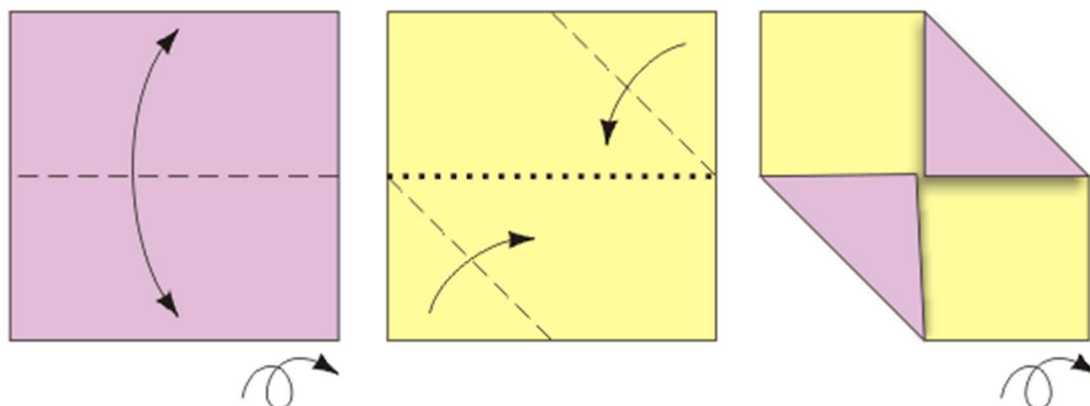


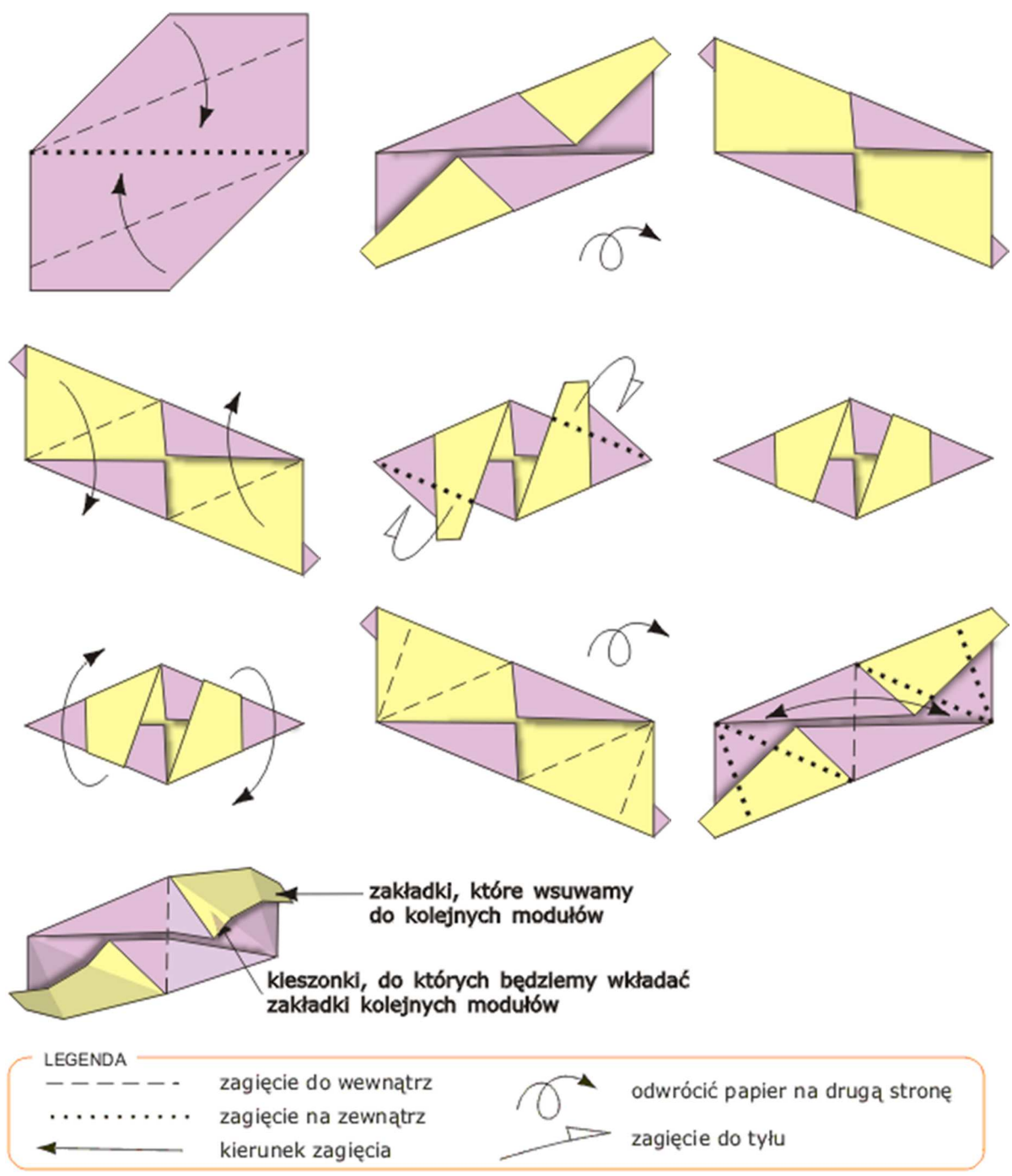
Michał J.

## KĄCIK MAJSTERKOWICZA

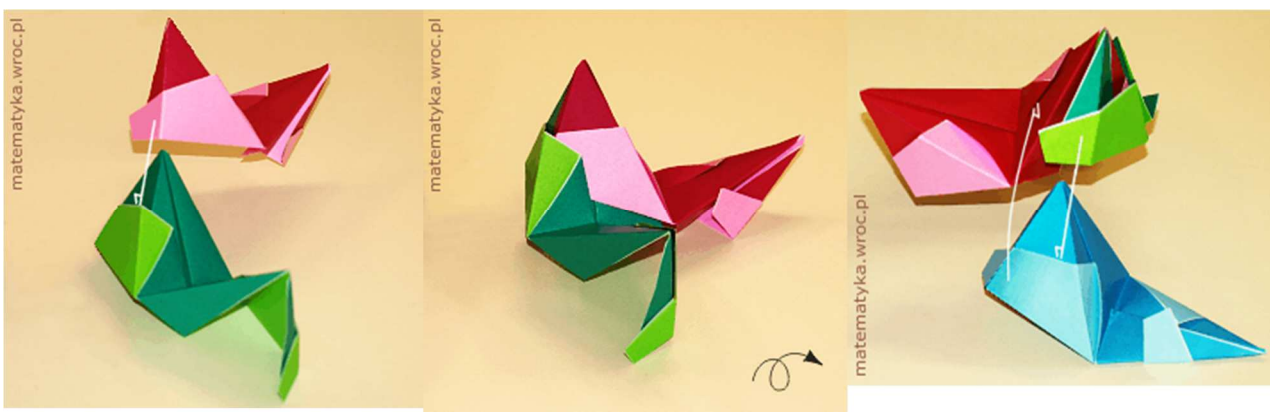
### BRYŁY W ŚWIĄTECZNYM WYDANIU

Ze wszystkich stron napływają do nas informacje, że jest coraz bliżej do świąt. Jest już przecież adwent. Przyszedł już Mikołaj i przyniósł mnóstwo prezentów. Niebawem będziemy odkurzać naszą starą choinkę i wieszać na niej różnorakie ozdoby. Wszyscy mi powtarzają: „Paulina pokaż jak zrobić jakieś gwiazdki.” Hmm... gwiazdki. Proponowali mi takie z czterech pasków czy z jednego pięcioramienne trójwymiarowe, a także wycinane z papieru. Ale czy gwiazdki muszą być takie jak przyzwyczaili nas inni. Stwierdziłam, że zaproponuję inną wizję gwiazdki. Przecież zawsze można na choinkę powiesić stellę octangulę czy jakiegoś dwudziestościana gwiazdzistego posypane brokatem, aby błyszcząły w świetle lampek. Jedyne co nam potrzeba to trochę kartek kwadratowych (wielkość i kolor nie mają znaczenia, choć wszystkie muszą mieć takiej samej długości przekątnej), kawałek wstążki sznurka lub nitki, klej z brokatem bądź brokat z klejem, a do tego trochę cierpliwości i czasu wolnego (ale wtedy i tylko, wtedy gdy zrobimy już zadanie domowe z matmy) oraz oczywiście odrobinę wyobraźni (co nie znaczy, że skreślałam osoby bez wyobraźni). Ale skończmy już i zacznijmy składać moduły potrzebne do wykonania naszej bryły gwiazdzistej. Oto schemat modułu Paolo *Bascetty*:





Można łączyć ze sobą różną liczbę modułów. A oto sposób ich łączenia:





Powstałe w ten sposób kolce łączymy ze sobą tworząc bryłę gwiaździstą. Można też zrobić kilka bryłek z modułu, który opisany był w poprzednim numerze, ozdobić brokatem lub czym komu się podoba i powiesić na naszej świątecznej choince jako bombkę.

Obrazki tak jak w poprzednim numerze pochodzą ze strony [www.matematyka.wroc.pl](http://www.matematyka.wroc.pl)

Paulina Dz.

## ŚWIĄTECZNA GWIAZDKA

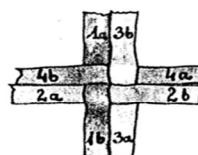
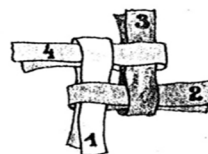
Wśród notatek znalazłam przepis na gwiazdkę. Pamiętam, że takie gwiazdki robiłam jako ozdoby do przygotowywanych prezentów dla moich bliskich.

Spróbujcie i Wy, drodzy czytelnicy, dać coś od siebie. Przygotujcie kolorowe paski papieru i postępując zgodnie z instrukcją wykonajcie świąteczne gwiazdki, które ozdobią choinki, stroiki, kartki świąteczne czy prezenty. Życzę pomysłów, cierpliwości i wiele radości z tworzenia małych rzeczy, które sprawiają, że świat wokół nas stanie się bardziej kolorowy i uśmiechnięty.

### GWIAZDA

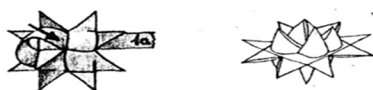
Cztery długie, równe paski papieru zginamy na pół i splecemy w „koszyczek”. Ściągamy, wyrównujemy.

Kładziemy na stole i zginamy po kolei: 1, 4, 3 i 2 pasek. Ten ostatni, po zgięciu, przeciągamy przez „ucho” 1 paska.



Przystępujemy do formowania zewnętrznych ramion gwiazdy. Pasek 1a zginamy trzykrotnie. Koniec przeciągamy przez „ucho” w miejscu wskazanym przez strzałkę na rysunku. Pierwsze ramię gotowe. Podobnie formujemy ramiona z pasków: 2a, 3a i 4a. Przewracamy gwiazdę na drugą stronę i formujemy pozostałe cztery zewnętrzne ramiona.

Wzajemne położenie wszystkich ośmiu zewnętrznych ramion powinno być takie jak na rysunku.



Uformujemy teraz ramiona wewnętrzne. Zaczynamy od paska 1a. Zginamy (jak na rysunku) i przeciągamy jego koniec w miejscu wskazanym strzałką. Wystający koniec obcinamy. Pozostałe ramiona wewnętrzne formujemy w ten sam sposób. Szesnastoramienna gwiazda gotowa.

Danuta Ruchała



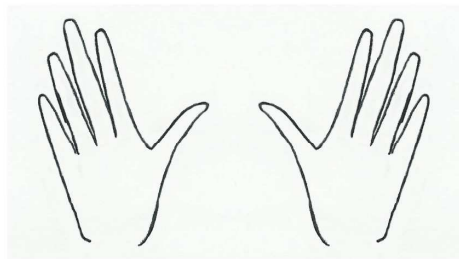
## ROZRYWKA

### SPOSÓB NA MNOŻNIE

Mnożenie na palcach (od 6 do 9)

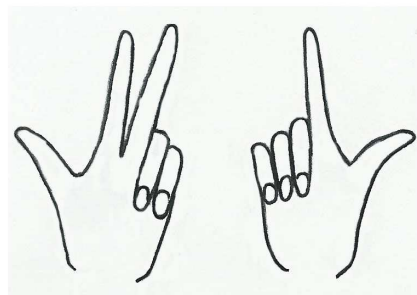
$$7 \times 8 = 56$$

1 KROK



2 KROK

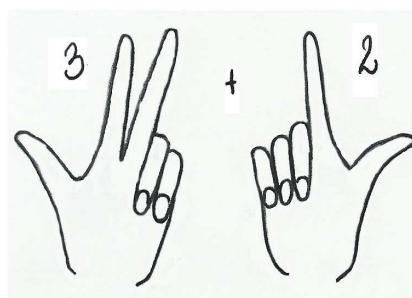
Odliczamy na palcach u prawej ręki do 7  
a u lewej do 8.



3 KROK

Proste palce dodajemy

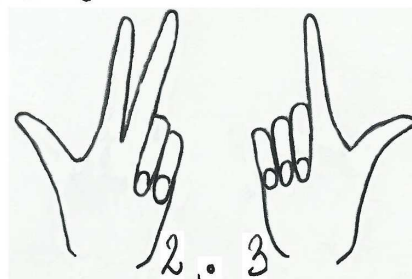
$$3 + 2 = 5$$



4 KROK

Zgięte palce mnożymy przez siebie

$$2 \cdot 3 = 6$$



5 KROK

$$7 \times 8 = 56$$

UWAGA!

Gdy z mnożenia zgiętych palców wychodzi więcej niż 9  
to 1 (tęż z mnożenia np. 12) dodajemy do liczby/wyniku  
otrzymanego z dodawania prostych palców.

Ile równań niezależnych,  
Ile jest szeregów zbieżnych,  
Ile całek niewłaściwych,  
Ile na płaszczyźnie krzywych,  
Ile funkcji kwadratowych,  
Co nie mają miejsc zerowych.  
Ile krzywe mają siecznych,  
Ile jest układów sprzecznych,  
Ile różnych jest symetrii,  
Ile twierdzeń w geometrii,  
Ile przestrzeń ma wektorów,  
Co nie tworzą pustych zbiorów,

Tyle szczęścia i radości  
W Twoim domu,  
niech zagości.

Szczęśliwego Nowego Roku !!!!!